

Modelos de Confiabilidade no R

Maria Luíza Guerra de Toledo

Escola Nacional de Ciências Estatísticas - IBGE

Seminário Internacional de Estatística com R
UFF

11 de maio de 2016

Equipe de trabalho

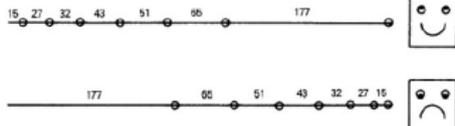
Pesquisadores:

- ▶ Enrico Colosimo (Departamento de Estatística - UFMG)
- ▶ Gustavo Gilardoni (Departamento de Estatística - UnB)
- ▶ Marta Afonso Freitas (Departamento de Engenharia de Produção - UFMG)

Alunos:

- ▶ Rafael da Silva Fernandes (Doutorando no DEP - UFMG)
- ▶ Israel de Freitas Madureira (Mestre pelo Departamento de Estatística - UnB)

Sistemas reparáveis



Manutenção em sistemas reparáveis

Reparo: Imediatamente após uma falha (logo, não planejado)

- ▶ Mínimo (*as bad as old*)
- ▶ Perfeito (*as good as new* = substituição por um novo equipamento)
- ▶ Imperfeito

Manutenção preventiva: Planejada

- ▶ Perfeita
- ▶ Imperfeita

Reparo Mínimo (RM): $N(t)$ é um Processo de Poisson Não-homogêneo (PPNH) com intensidade determinística $\lambda(t)$

Reparo Imperfeito (RI): $N(t)$ é um Processo de Contagem com intensidade aleatória $\lambda(t)$

Mais precisamente,

- ▶ Sob RM, existe uma função **determinística** $\lambda(t)$ tal que

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} E[N(t+h) - N(t)] = \lambda(t).$$

- ▶ Sob RI, existe um processo **aleatório** $\lambda(t)$ tal que

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} E[N(t+h) - N(t) | \mathfrak{S}_t] = \lambda(t),$$

onde \mathfrak{S}_t denota o histórico de falhas até t .

Alternativamente,

- ▶ Sob RM, $\mathbb{E}N(t) = \int_0^t \lambda(u)du = \Lambda(t)$;
- ▶ Sob RI,
 $\mathbb{E}N(t) = \mathbb{E} \int_0^t \lambda(u)du = \int_0^t \mathbb{E}\lambda(u)du$ e
 $\rho(t) = \mathbb{E}\lambda(t)$ é a função ROCOF.

Modelos de RI

São especificados como um processo de contagem que

1. começa em $t = 0$ com uma intensidade de referência determinística $\lambda_R(t)$ e
2. têm uma regra que determina como a intensidade muda imediatamente após uma falha.

Por exemplo, modelos de *idade virtual* começam com $\lambda_R(t)$ e definem um processo associado $V(t)$ (a idade virtual) tal que a intensidade é $\lambda(t) = \lambda_R[V(t)]$.

Casos especiais são $V(t) = t - (1 - \theta)t_{N(t)}$ (Kijima *et al.*, 1988), onde θ é um parâmetro associado ao efeito do reparo: $\theta = 1$ implica que o reparo é mínimo; $\theta = 0$ implica que o reparo é perfeito.

Doyen and Gaudoin (2004) definiram uma classe de modelos de idade virtual fazendo

$$V(t) = t - (1 - \theta) \sum_{j=0}^{\min(m-1, N(t)-1)} \theta^j T_{N(t)-j}.$$

Esse modelo é chamado de *redução aritmética da idade com memória m* (ARA_m) - Kijima *et al.* (1988) é o caso ARA_1 .

Esses autores também definiram o modelo de *redução aritmética da intensidade com memória m* (ARA_m) tal que a intensidade é

$$\lambda(t) = \lambda_R(t) - (1 - \theta) \sum_{j=0}^{\min(m-1, N(t)-1)} \theta^j \lambda_R(T_{N(t)-j}).$$

A inferência nesses modelos é discutida em Toledo *et al.* (2015).

Manutenção Periódica (Barlow e Hunter, 1960)

- ▶ Reparos **mínimos** e manutenção **perfeita**.
- ▶ O sistema será mantido em intervalos fixos de τ unidades de tempo.
- ▶ Reparo e ações de manutenção instantâneos.
- ▶ Custos do reparo e ações de manutenção são aleatórios **mas independentes** do histórico de falhas do sistema.
- ▶ O custo esperado de uma ação de reparo é 1; o custo esperado de uma ação de manutenção é k .
- ▶ A intensidade $\lambda(t)$ é crescente.

- ▶ Suponha que o sistema irá operar durante m ciclos de manutenção. Como o sistema é renovado a cada manutenção, seja $N_i(\tau)$ o número de falhas associadas a cada ciclo.
- ▶ Seja M_i o custo da i -ésima manutenção e R_{ij} o custo do j -ésimo reparo dentro da i -ésima manutenção.
- ▶ O custo total do i -ésimo ciclo é

$$C_i = M_i + \sum_{j=1}^{N_i(\tau)} R_{ij}.$$

- ▶ O custo total para os m ciclos de manutenção será

$$C = \sum_{i=1}^m C_i = \sum_{i=1}^m M_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{N_i(\tau)} R_{ij}.$$

- ▶ O custo por unidade de tempo é

$$\bar{C} = \frac{C}{m\tau} = \frac{\sum_{i=1}^m M_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{N_i(\tau)} R_{ij}}{m\tau}.$$

- ▶ Temos então que

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \bar{C} = \frac{k + EN(\tau)}{\tau} = \frac{k + \Lambda(\tau)}{\tau}$$

- ▶ Entretanto, é mais fácil verificar que isso também é o custo esperado por unidade de tempo para um **único** ciclo de manutenção.

Para minimizar

$$\bar{C}(\tau) = \mathbb{E} \frac{M_1 + \sum_{j=1}^{N_1(\tau)} R_{1j}}{\tau} = \frac{k + \Lambda(\tau)}{\tau}$$

é simples. Por exemplo, podemos diferenciar para obter a periodicidade ótima de manutenção que satisfaz

$$\tau_P \lambda(\tau_P) - \Lambda(\tau_P) = k$$

ou, definindo $B(t) = t\lambda(t) - \Lambda(t)$,

$$\tau_P = B^{-1}(k).$$

Extensões

Reparo Imperfeito e Manutenção Perfeita (Kijima *et al.*, 1988; Toledo *et al.*, 2016):

- ▶ Substitua acima $\lambda(t)$ e $\Lambda(t)$ por $\phi(t) = \mathbb{E}\lambda(t)$ e $\Phi(t) = \mathbb{E}\Lambda(t)$.
- ▶ Portanto, defina agora $B(t) = t\phi(t) - \Phi(t)$ e calcule a periodicidade ótima como $\tau_P = B^{-1}(k)$.

Otimização Dinâmica (Gilardoni *et al.*, 2016):

- ▶ Se a informação sobre o histórico de falhas do sistema está disponível, como utilizá-la para obter uma solução melhor?
- ▶ Como o histórico do sistema é aleatório, o tempo ótimo de manutenção também é.
- ▶ Proposta: estimar a periodicidade ótima baseando-se na *idade virtual* do sistema.

Statistical Methods for the Reliability of

Repairable Systems



Documentation for package 'SRRS' version 1.0

- [DESCRIPTION file.](#)

Help Pages

AMSAA	Failure times in AMSAA data
data_check	Data checking
duane_plot	Duane plot for one system
engines	Failures times in engines of off-road trucks
generator	Failures times in an aircraft generator
horizontal_plot	Plot of Events in Horizontal Lines
nhpp_sim	Simulation for a general Non-Homogeneous Poisson Process (NHPP)
plp_sim	Simulation for Power Law Process (PLP)
plp_sim_fail	Simulation for Power Law Process (PLP)
plp_sim_fail	Simulation for Power Law Process (PLP)
plp_sim_time	Simulation for Power Law Process (PLP)
transformers	Failure times in power transformers
trucks	Failures times in trucks from a mining company
ttt_plot	Total Time on Test Plot for one system

Funções do pacote SRRS: Conjuntos de dados

```
> head(AMSAA)
```

	Time	Failure	System
1	4.3	1	1
2	4.4	1	1
3	10.2	1	1
4	23.5	1	1
5	23.8	1	1
6	26.4	1	1

Failure times in AMSAA data

Description

A data set containing simulated data for 3 systems, in the interval $[0,200]$. Data were computationally simulated from Power Law Process with shape parameter 0.5 and scale parameter 2.78 . This data set was presented by Crow (1975), in a technical report for the U.S. Army Material Systems Analysis Activity (AMSAA).

Usage

```
data(AMSAA)
```

Format

A data frame with 39 rows and 3 columns:

Time

Failures and truncation times

Failure

Failure indicator - 0 if the time in the first column is a truncation time, and 1 if it corresponds to a failure

System

System identification

Details

The intensity function for Power Law Process is

$$\lambda(t)=(\beta/\eta)*(t/\eta)^{\beta-1}$$

where β is the shape and η is the scale parameter.

References

Crow, L. H. (1975). Reliability Analysis for Complex, Repairable Systems. U.S. Army Material Systems Analysis Activity - AMSAA. Maryland.

See Also

[engines generator transformers trucks](#)

```
> generator
```

	Time	Failure
1	10	1
2	55	1
3	166	1
4	205	1
5	341	1
6	488	1
7	567	1
8	731	1
9	1308	1
10	2050	1
11	2453	1
12	3115	1
13	4017	1
14	4596	1

Failures times in an aircraft generator

Description

A data set with failure records in 1 aircraft generator. Data were observed to the 14-th failure. This data set was explored in Rigdon and Basu (2000).

Usage

```
data(generator)
```

Format

A data frame with 14 rows and 2 columns:

Time

Failures times

Failure

Failure indicator - 0 if the time in the first column is a truncation time, and 1 if it corresponds to a failure

References

Rigdon, S. E. and Basu, A. P. (2000) Statistical Methods for the Reliability of Repairable Systems. New York: John Wiley & Sons, Inc.

See Also

[AMSAA engines transformers trucks](#)

Failure times in power transformers

Description

A data set containing failure records between January 1999 and July 2001 for a group of 300- and 345-kilovolt transformers belonging to an electrical power company. There were 40 transformers, and 21 failure times were recorded. No action was taken and no failures occurred for 10 units, all of which were truncated at 21,888 hours.

Usage

`data(transformers)`

Format

A data frame with 61 rows and 3 columns:

Time

Failures and preventive maintenance times, in hours

Failure

Failure indicator - 0 if the time in the first column is a truncation time (removal for preventive maintenance), and 1 if it corresponds to a failure

System

Transformer identification

References

Gilardoni, G. L. and Colosimo, E. A. (2006). Optimal Maintenance Time for Repairable Systems. Journal of Quality Technology, Vol. 38, No. 4.

See Also

[AMSAA engines generator trucks](#)

```
> head(transformers)
```

	Time	Failure	System
1	8.839	1	1
2	17.057	1	1
3	21.887	0	1
4	9.280	1	2
5	16.442	1	2
6	21.887	0	2

Failures times in engines of off-road trucks

Description

A data set of failure and preventive maintenance records in a sample of 193 diesel off-road engines from a mining company. Among them, 52 were time truncated, since their last inspection time corresponded to a removal for a PM. The accumulated number of working hours was registered, as well as the number of hours at which each preventive maintenance or failure took place. 208 failure times were recorded, with some engines presenting more than one failure (at most 4 per system) and some no failure at all. This data set was explored in Gilardoni et al. (2015).

Usage

```
data(engines)
```

Format

A data frame with 193 row and 3 columns:

Time

Failures and truncation times, in hours

Failure

Failure indicator - *0* if the time in the first column is a truncation time, and *1* if it corresponds to a failure

Engine

Engine identification

References

Gilardoni, G. L., Toledo, M. L. G., Freitas, M. A., Colosimo, E. A. (2015). Dynamics of an Optimal Maintenance Policy for Imperfect Repair Models. *European Journal of Operational Research*. doi: 10.1016/j.ejor.2015.07.056

See Also

[AMSAA generator transformers trucks](#)

```
> head(engines)
```

	Time	Failure	Engine
1	18315	0	1
2	13818	1	2
3	32619	1	2
4	16137	0	3
5	18585	0	4
6	19268	1	5

Failures times in trucks from a mining company

Description

A data set with failure records in a sample of 5 dump trucks from a mining company fleet. Data were collected from July to October 2012, when 129 failures were observed, each one followed by a repair. The data for the five trucks were failure truncated, meaning that the last observation for each one corresponds to a failure time. This data set was explored in Toledo et al. (2015).

Usage

```
data(trucks)
```

Format

A data frame with 129 rows and 3 columns:

Time

Failures and truncation times, in days

Failure

Failure indicator - 0 if the time in the first column is a truncation time, and 1 if it corresponds to a failure

Truck

Truck identification

References

Toledo, M. L. G., Freitas, M. A., Colosimo, E. A., Gilardoni, E. A. (2015). ARA and ARI imperfect repair models: Estimation, goodness-of-fit and reliability prediction. Reliability Engineering and System Safety. Vol. 140, pp. 107-115.

See Also

[AMSAA engines generator transformers](#)

```
> head(trucks)
```

	Time	Failure	Truck
1	9.197	1	1
2	14.761	1	1
3	19.246	1	1
4	24.597	1	1
5	25.302	1	1
6	30.948	1	1

Funções do SRRS:

Simulação para PPNH-PLP

```
> plp_sim(shape=2,scale=300,T=800,n=10)
```

	Time	Failure	System
1	281.5298	1	1
2	382.4715	1	1
3	383.7484	1	1
4	439.3394	1	1
5	518.0600	1	1
6	667.8812	1	1
7	686.0714	1	1
8	772.1828	1	1
9	800.0000	0	1
10	269.7281	1	2
11	486.6000	1	2
12	557.4810	1	2
13	579.3193	1	2
14	592.8586	1	2
15	662.9652	1	2
16	770.4465	1	2
17	794.5863	1	2
18	815.0795	1	2
19	844.4140	1	2

Simulation for Power Law Process (PLP)

Description

Random generation for Power Law Process under time and/or failure truncation.

Usage

```
plp_sim(shape, scale, T, n)
plp_sim_time(shape, scale, T)
plp_sim_fail(shape, scale, n)
```

Arguments

shape (numeric) Shape parameter for PLP

scale (numeric) Scale parameter for PLP

T Vector of times (for time truncation)

n Vector of number of failures (for failure truncation)

Details

`plp_sim` can be used to simulate data for multiple systems.

`plp_sim_fail` and `plp_sim_time` simulate data for only one system.

The intensity function for Power Law Process is

$$\lambda(t)=(\beta/\eta)*(t/\eta)^{-(\beta-1)}$$

where β is the shape and η is the scale parameter.

Value

Gives a matrix of simulated data, where:

- for `plp_sim`, the first column contains the times, the second column is a failure indicator (0 if the time in the first column is a truncation time, and 1 if it is a failure), and the third column indicates the corresponding system number;

- for `plp_sim_fail` and `plp_sim_time`, the first column contains the times, and the second column is a failure indicator (0 if the time in the first column is a truncation time, and 1 if it is a failure).

Functions

- `plp_sim_time`: Simulates time truncated PLP processes
- `plp_sim_fail`: Simulates failure truncated PLP processes

References

Casella, G., and Berger, R. L. (2002): Statistical Inference (Second Edition), Duxbury/Thomson Learning, Pacific Grove, CA.

Rigdon, S.E. and Basu, A.P. (2000). Statistical Methods for the Reliability of Repairable Systems. Wiley, New York.

See Also

[nhpp_sim](#)

Examples

```
#Simulating data for 4 systems, two of them being time trunc
#times 35 and 160, and the other two being failure truncated
#and 90 failures, from a PLP with shape parameter of 2 and s
#parameter of 24:
```

```
plp_sim(shape=2, scale=24, T=c(35,160), n=c(30,90))
```

Funções do SRRS: Simulação para um PPNH geral

Simulation for a general Non-Homogeneous Poisson Process (NHPP)

Description

Random generation for the NHPP under time truncation. The intensity function is defined by the user.

Usage

```
nhpp_sim(L, G, T, pars)
```

Arguments

- L** mean function of NHPP, in the format $L(T, pars)$
- G** inverse function of $U=L(y,pars)/L(T,pars)$, in the format $g(u, T, pars)$
- T** vector of truncation times
- pars** vector of parameters for the mean function

Details

Details

This function can be used to simulate data for multiple systems.

Although the G function requires the inclusion of u as an argument, the user should only specify the values for T and $pars$.

Value

Gives a matrix of simulated data, the first column contains the times, the second column is a failure indicator (0 if the time in the first column is a truncation time, and 1 if it is a failure), and the third column indicates the corresponding system number.

Note

To simulate data for a random variable Y , there must be a closed form function $g(Y)=U$, so that the transformed variable $Y=g^{-1}(U)$ follows the desired distribution when $U \sim Uniform(0, 1)$. Here, the inverse function performs this role.

In case of an NHPP with failure times $t_1, t_2, \dots, t_{N(t)}$ (where $N(t)$ is a random value in $(0, T]$, given $N(T)=n$, the random variables denoting the failures times are distributed as n order statistics with distribution function $G(y)$ given by

- 0, if $y \leq 0$
- $\Lambda(y)/\Lambda(T)$, if $0 < y \leq T$
- 1, if $y > T$

where $\Lambda(y)$ is the integral for $\lambda(x)$ in $[0, y]$, with $\lambda(x)$ being the intensity function for the NHPP.

References

Casella, G., and Berger, R. L. (2002): Statistical Inference (Second Edition), Duxbury/Thomson Learning, Pacific Grove, CA.

Rigdon, S.E. and Basu, A.P. (2000). Statistical Methods for the Reliability of Repairable Systems. Wiley, New York.

```
> L_loglinear<-function(T,pars){(exp(pars[1])/pars[2])*(exp(pars[2] *T)-1)}  
> G_loglinear<-function(u,T,pars){ (1/pars[2])*log(1+u*(exp(pars[2]*T)-1))}  
> nhpp_sim(L_loglinear, G_loglinear,T=50,c(-4.5,.1))
```

	Time	Failure	System
[1,]	23.59132	1	1
[2,]	30.15243	1	1
[3,]	33.23256	1	1
[4,]	34.39114	1	1
[5,]	41.30382	1	1
[6,]	42.45260	1	1
[7,]	46.32350	1	1
[8,]	46.49167	1	1
[9,]	47.37221	1	1
[10,]	47.40984	1	1
[11,]	47.50279	1	1
[12,]	47.52997	1	1
[13,]	47.73357	1	1
[14,]	48.60394	1	1
[15,]	50.00000	0	1

Funções do SRRS: Simulação para RI - PLP

```
> PLPIR.sim(c(shape=2,scale=300,repair=0.5),mod="ARI",M=3,trunc=800,systems=2,model.trunc=1)
```

	time	failure	system
[1,]	269.6268	1	1
[2,]	512.8416	1	1
[3,]	641.1481	1	1
[4,]	700.2668	1	1
[5,]	800.0000	0	1
[6,]	166.2631	1	2
[7,]	287.1958	1	2
[8,]	495.0499	1	2
[9,]	542.7369	1	2
[10,]	592.5321	1	2
[11,]	709.9720	1	2
[12,]	800.0000	0	2

```
> PLPIR.sim(c(shape=2,scale=300,repair=0.5),mod="ARA",M=2,trunc=5,model.trunc=2,systems=3)
```

	time	failure	system
[1,]	103.5474	1	1
[2,]	151.9127	1	1
[3,]	321.5946	1	1
[4,]	370.6404	1	1
[5,]	486.4913	1	1
[6,]	356.2180	1	2
[7,]	526.6079	1	2
[8,]	752.5485	1	2
[9,]	778.8849	1	2
[10,]	1099.9148	1	2
[11,]	306.1984	1	3
[12,]	488.9709	1	3
[13,]	723.5808	1	3
[14,]	778.9092	1	3
[15,]	1119.6833	1	3

Funções do SRRS: Verificação dos dados

Details

The library requirements for a data set are:

- It must be an object in matrix or data frame class.
- It must contain at least two columns: the first one with numerical values of times, and the second one containing the indicator for failures and time truncation.
- Rows with "NA" values in the first column will be omitted.
- The first column must contain finite and strictly positive values.
- Values in the first column must be greater than origin, when this argument is specified.
- If more than three columns are provided, only the first three columns are considered.
- A 0 or FALSE value in the second column must be associated to the maximum time for a system, in the first column.

```
> data_check(data_test)
```

```
Error in data_check(data_test) :
```

```
  Values in the first column must be greater than 0
```

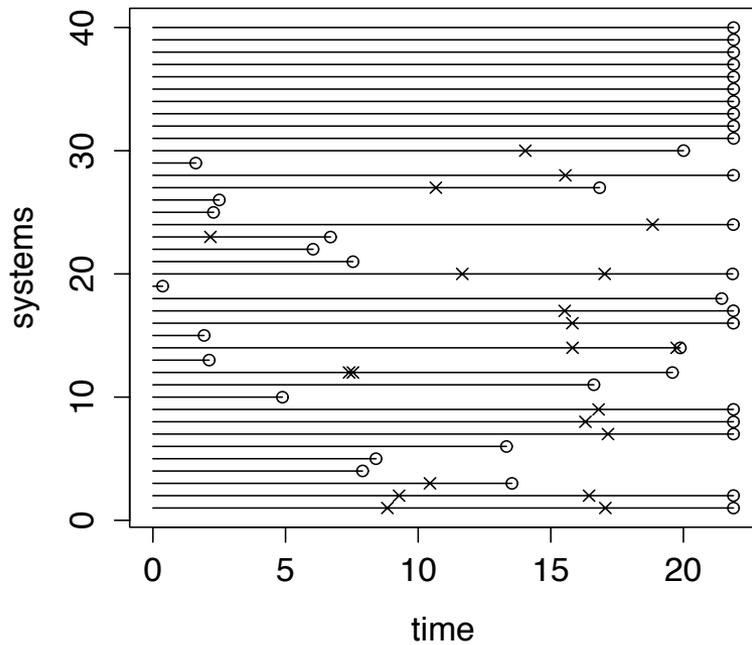
```
> data_check(data_test)
```

```
Error in data_check(data_test) :
```

```
  The second column must contain 0 or FALSE for truncation time and 1 or TRUE for failure time
```

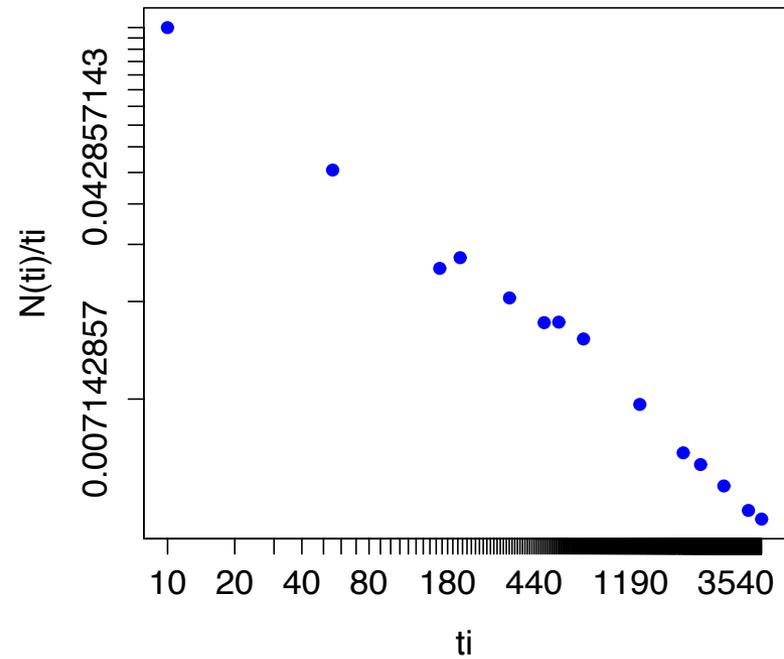
Funções do SRRS: Gráficos

```
> horizontal_plot(transformers)
```



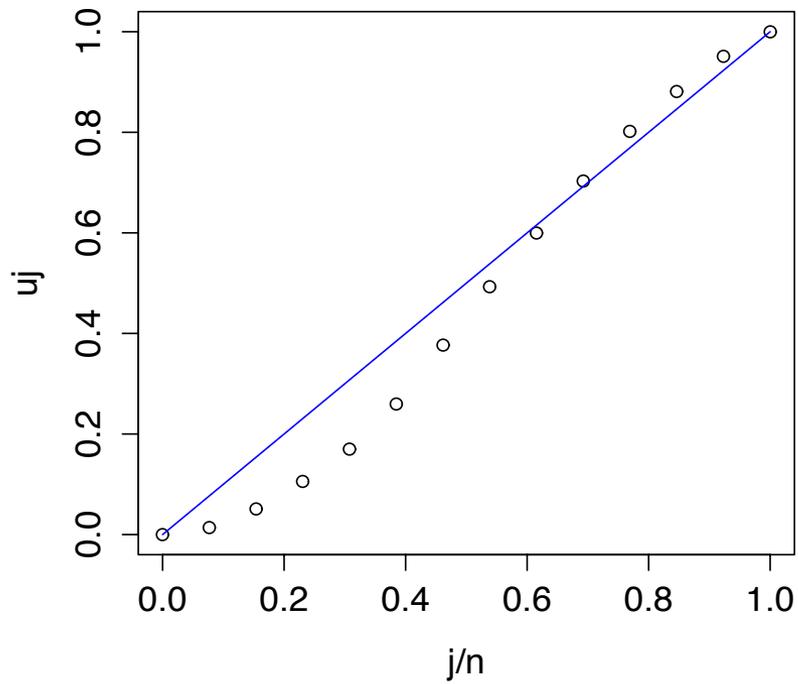
```
> duane_plot(generator)
```

Duane Plot

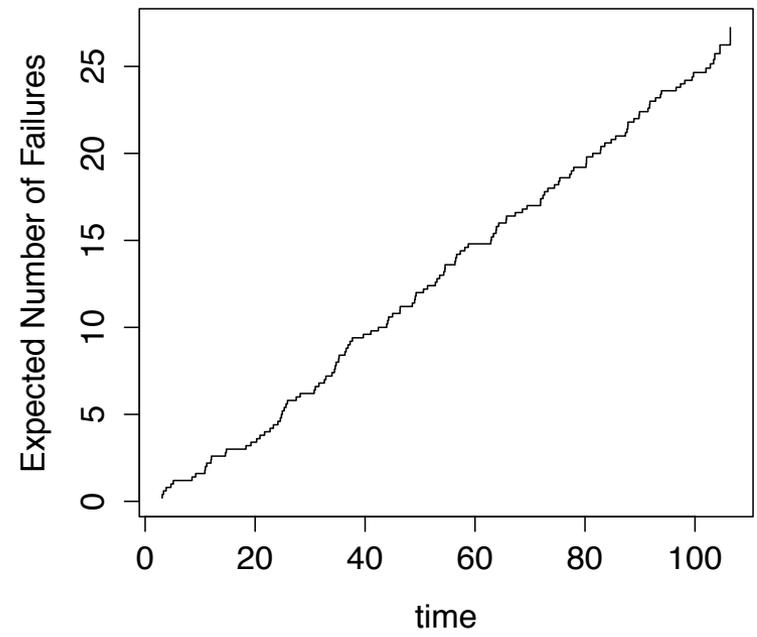


```
> ttt_plot(generator)
```

TTT plot



```
> aalen.plot(trucks)
```



Funções do SRRS: Estimação no PPNH - PLP

```
> plp.ml(engines, log=TRUE)
```

	Parameter	Estimate	DesvPad	IC.low	IC.up
1	shape	2.125	0.112	1.916	2.357
2	scale	16714.942	586.606	15603.866	17905.132

```
> plp.ml(engines, log=TRUE, intensity=10^7, mean.plp=15000, conf=0.99)
```

	Parameter	Estimate	DesvPad	IC.low	IC.up
1	shape	2.125	0.112	1.854	2.436
2	scale	16714.942	586.606	15270.229	18296.338
3	Mean(15000)	0.794	0.063	0.647	0.976
4	Intensity(1e+07)	0.169	0.118	0.028	1.020

Funções do SRRS: Estimação no PPNH – PLP

Teste Kolmogorov-Smirnov (um sistema)

```
> ks.fitplp(gerador)
```

```
One-sample Kolmogorov-Smirnov test
```

```
data: Transf  
D = 0.17707, p-value = 0.7476  
alternative hypothesis: two-sided
```

```
> ks.fitplp(gerador,beta=2)
```

```
One-sample Kolmogorov-Smirnov test
```

```
data: Transf  
D = 0.61131, p-value = 3.388e-05  
alternative hypothesis: two-sided
```

Funções do SRRS: Estimação no PPNH – PLP

Teste Cramér-von Mises (múltiplos sistemas)

```
> cramer.fitplp(gerador)
Cramer-Von-Miser Test with df= 13
T= 0.05638923   p-value= 0.6525333
>
> cramer.fitplp(AMSAA)
Cramer-Von-Miser Test with df= 36
T= 0.06952911   p-value= 0.5288
>
> cramer.fitplp(engines)
Cramer-Von-Miser Test with df= 67
T= 0.4569636   p-value= 0.001533333
```

Funções do SRRS: Estimação no RI - PLP

```
> PLPIR.ml(trucks,mod="ARI",M=13)
```

	Estimate	sd	CI.low	CI.up
shape	1.8908961	1.058239	1.6923245	2.1127674
scale	7.6173593	1.155235	5.7407740	10.1073761
repair	0.6743282	1.140015	0.5215865	0.8717988

```
> PLPIR.ml(engines,mod="ARA",M=1)
```

	Estimate	sd	CI.low	CI.up
shape	2.457242e+00	1.061879	2.184446e+00	2.764106e+00
scale	1.558243e+04	1.033725	1.460164e+04	1.662910e+04
repair	4.711192e-01	1.199133	3.300279e-01	6.725288e-01

Funções do SRRS: Estimação Bayesiana no PPNH - PLP

Description

Estima os parâmetros PLP e funções dos parâmetros, pela técnica bayesiana

Usage

```
bayes.plp(prior.beta, prior.eta, data, ratio.cust,  
intensity, mean.b, conf = 0.95, origin = 0)
```

Arguments

- prior.beta**
Vetor de dimensão 2, com indicação dos parâmetros Gama a priori para beta (parâmetro de forma PLP).
- prior.eta**
Vetor de dimensão 2, com indicação dos parâmetros Gama a priori para eta.
- data**
(matrix ou data.frame) Dados observados ou simulados, onde a 1ª coluna é um vetor numérico de tempos; a 2ª coluna é vetor numérico ou lógico, onde 0 ou FALSE, indica censura e 1 ou TRUE indica falha; a 3ª coluna é vetor numérico ou de fatores indicando sistema (default=coluna de 1's)
- ratio.cust**
indica a razão de custo. Custo da manutenção preventiva dividido pelo custo do reparo.
- intensity**
Valor numérico para indicar o tempo T que se deseja estimar a intensidade em (0,T)

- mean.b**
Valor numérico para indicar o tempo T que se deseja estimar a média em (0,T)
- conf**
Valor numérico entre (0,1) indicando a confiabilidade do Intervalo de Credibilidade.
- origin**
Valor numérico que indica o início da observação dos sistemas

Details

Estima os parâmetros β e θ de dados regidos pelo Processo de Poisson Não-Homogêneo com função de intensidade PLP $f(t)=\frac{\beta}{\theta}t^{\beta-1}$ pela técnica bayesiana. β é beta (parâmetro de forma) e θ é parâmetro de escala. Eles estão parametrizados em beta e eta (η), onde $\eta=(T/\theta)^{\beta}$ em caso de um sistema e T é o tempo total de observação do sistema ou $\eta=\sum_{i=1}^k(T_i/\theta)^{\beta}$ em caso de k sistemas, com T_i sendo o tempo total de observação do sistema i .

Os parâmetro β e η possuem priors Gama com parâmetros prior.beta e prior.eta respectivamente.

Value

Estimativas pontuais, desvios padrões, Intervalos de Credibilidade dos parâmetros e suas funções (média, intensidade e tempo ótimo de manutenção).

References

Oliveira, Maristela Dias; Gilardoni, Gustavo L.; Colosimo, Enrico A. 2011. *Bayesian Inference for Power Law Processes with Applications in Repairable Systems* Salvador, Brasília e Belo Horizonte: *Journal of Statistical Planning and Inference*.

Funções do SRRS: Estimação Bayesiana no PPNH - PLP

```
> bayes.plp(prior.beta=c(-2,0),prior.eta=c(0,0),data=generator)
```

	Parameter	Estimate	HPD.IC.low	HPD.IC.up
1	beta'shape'	0.414	0.196	0.653
2	eta	14.000	7.145	21.487
3	theta'scale'	21.038	0.000	87.385

```
> bayes.plp(prior.beta=c(20,10),prior.eta=c(10,0.5),data=transformers)
```

	Parameter	Estimate	HPD.IC.low	HPD.IC.up
1	beta'shape'	1.996	1.424	2.612
2	eta	20.667	13.654	28.059
3	theta'scale'	25.008	20.580	30.249

Funções do SRRS: Estimação Bayesiana no PPNH – PLP: Estimando funções dos parâmetros

```
> bayes.plp(prior.beta=c(-1,0),prior.eta=c(0,0),data=AMSAA,intensity=200,mean.b=200)
```

	Parameter	Estimate	HPD.IC.low	HPD.IC.up
1	beta'shape'	0.597	0.407	0.792
2	eta	36.000	24.676	47.994
3	theta'scale'	3.685	0.109	8.756
1.4%	Mean(200)	12.026	8.132	15.921
1%	Intensity(200)	0.108	0.060	0.157

```
> bayes.plp(prior.beta=c(20,10),prior.eta=c(10,0.5),data=transformers,intensity=30,mean.b=30)
```

	Parameter	Estimate	HPD.IC.low	HPD.IC.up
1	beta'shape'	2.002	1.404	2.643
2	eta	20.667	13.654	28.059
3	theta'scale'	25.061	20.503	30.317
1.2%	Mean(30)	1.499	0.883	2.146
1%	Intensity(30)	1.376	0.737	2.026

Funções do SRRS:

Estimação da periodicidade ótima de MP

```
> plp.ml(engines, ratio.cust=0.33, conf=0.95)
```

	Parameter	Estimate	DesvPad	IC.low	IC.up
1	shape	2.125	0.112	1.916	2.357
2	scale	16714.942	586.606	15603.866	17905.132
3	Optimal.Maint(0.33)	9385.062	308.009	8800.381	10008.588

```
> tau.IR(engines, mod="ARA", M=1, cost.ratio=0.33, bootstrap=T, n.boot=1000, conf=0.95)
```

```
[1] 9080.604
```

	2.5%	97.5%
	8626.209	10122.939

```
> bayes.plp(prior.beta=c(20,10),prior.eta=c(10,0.5),data=engines,ratio.cust=1/3)
```

	Parameter	Estimate	HPD.IC.low	HPD.IC.up
1	beta'shape'	2.113	1.846	2.396
2	eta	145.333	126.195	164.725
3	theta'scale'	19818.627	18482.745	21049.445
1.4%	Optimal.Maint(0.33)	11263.667	10437.770	12133.799

Conclusões

O pacote SRRS abrange métodos para análise de sistemas reparáveis considerando:

- ▶ Reparo mínimo: abordagem de Rigdon e Basu (2000), Gilardoni e Colosimo (2007) e Oliveira *et al.* (2012).
- ▶ Reparo imperfeito: abordagem de Doyen, L. e Gaudoin, O. (2004), Toledo *et al.* (2015,2016) e Gilardoni *et al.* (2016).
- ▶ Em ambos os casos, permite a estimação de parâmetros do modelo, e funções desses parâmetros (medidas de confiabilidade).
- ▶ A determinação da periodicidade ótima de manutenção preventiva também é uma funcionalidade disponíveis para as duas situações.

Principais referências

Barlow, R. E. & Hunter, L. C. (1960). Optimum preventive maintenance policies. *Operations Research*, 8(1):90-100.

Doyen, L. & Gaudoin, O. (2004). Classes of imperfect repair models based on reduction of failure intensity or virtual age. *Reliability Engineering & System Safety*, 84:45- 56.

Gilardoni, G. & Colosimo, E. (2007). Optimal maintenance time for repairable systems. *Journal of Quality Technology*, 39:48–53. Gilardoni,

G., Toledo, M., Freitas, M. & Colosimo, E. (2016). Dynamics of an optimal maintenance policy for imperfect repair models. *European Journal of Operational Research*, 248:1104- 1112.

Oliveira, M., Colosimo, E. & Gilardoni, G. (2012). Bayesian inference for power law processes with applications in repairable systems. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 142:1151-1160.

Toledo, M., Freitas, M., Colosimo, E. & Gilardoni, G. (2015). ARA and ARI imperfect repair models: estimation, goodness-of-fit and reliability prediction. *Reliability Engineering & Systems Safety*, 140:107–115.

Rigdon, S. E. & Basu, A. P. (2000): *Statistical methods for the reliability of repairable systems*. New York: John Wiley.

Toledo, M., Freitas, M., Colosimo, E. & Gilardoni, G. (2016). Optimal periodic maintenance policy under imperfect repair: A case study of off-road engines. *IIE Transactions*, DOI: 10.1080/0740817X.2016.1147663.

Thank you!
malutoledo83@gmail.com